НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

Встречное четырехволновое взаимодействие на фазово-амплитудных голографических решетках в кубическом фоторефрактивном кристалле

В.Н.Навныко

Представлена система уравнений связанных волн, которая может быть использована для нахождения компонент векторных амплитуд линейно поляризованных световых волн при четырехволновом взаимодействии на фазово-амплитудных голографических решетках в кубическом фоторефрактивном кристалле. При получении уравнений связи учитывались линейный электрооптический, фотоупругий и обратный пьезоэлектрический эффекты, а также естественная оптическая активность, циркулярный дихроизм и поглощение в кристалле. Проанализированы закономерности энергетического обмена при четырехволновом взаимодействии в кристалле InP:Fe среза (111). Показано, что наилучшее совпадение теоретически рассчитанных зависимостей интенсивностей p- и s-поляризованных компонент обращенной световой волны от ориентационного угла с известными результатами экспериментальных исследований достигается при допущении, что в кристалле формируется несколько голографических решеток, имеющих фазово-амплитудную структуру. Теоретически изучена зависимость интенсивности обращенной волны от ориентационного угла и азимута линейной поляризации волны накачки, и показано, что она может быть существенно увеличена за счет оптимального выбора значений этих параметров.

Ключевые слова: *четырехволновое взаимодействие, обращение волнового фронта, фоторефрактивный кристалл, голографическая решетка, ориентационный угол, азимут поляризации.*

1. Введение

В настоящее время фоторефрактивные кристаллы широко используются в информационной фотонике при решении широкого круга задач: в системах голографической интерферометрии, в оптических модуляторах для высокочастотной модуляции оптических сигналов, в узкополосных управляемых фильтрах оптического излучения [1]. Особенности использования кубических фоторефрактивных кристаллов в детекторах оптического излучения для позитронно-эмиссионной томографии рассматриваются в [2]. Возможности объемного голографического шифрования и дешифрования посредством двухволнового взаимодействия в фоторефрактивном кристалле $LiNbO_3$:Fe изучены в [3].

Фоторефрактивные кристаллы используются также в качестве фоточувствительных регистрирующих сред для создания оптических генераторов световых пучков с обращенным волновым фронтом [4]. Это обусловлено наличием нелокального отклика фоторефрактивных кристаллов и низкими порогами генерации по мощности волн накачки, что позволяет создать лазеры на динамических решетках, работающие в непрерывном режиме. Кубические фоторефрактивные кристаллы являются перспективными средами для создания оптических генераторов световых пучков с обращенным волновым фронтом, поскольку им свойственны высокая светочувствительность и относительно малое время фоторефрактивного отклика [5].

Результаты ранних экспериментальных исследований обращения волнового фронта при четырехволновом взаимодействии в кубических фоторефрактивных кристаллах класса симметрии 23 $Bi_{12}SiO_{20}$ (BSO), $Bi_{12}TiO_{20}$ (BTO) и $Bi_{12}GeO_{20}$ (BGO) представлены в ряде работ [6–10]. Генерация фазово-сопряженного волнового фронта в кристалле BSO впервые продемонстрирована в [6]. В работе [7] исследована зависимость коэффициента отражения R фазово-сопряженного волнового фронта от пространственной частоты динамической голограммы, сформированной в кристалле BSO, а также от напряженности приложенного электрического поля и отношения интенсивностей световых волн. Показано, что при нестационарной записи бегущей голографической решетки в кристалле BSO коэффициент отражения может достигать ~2.7. Результаты экспериментов по обращению волнового фронта при голографической записи в знакопеременном поле по схеме эффективного четырехволнового взаимодействия с положительной обратной связью в кристалле BTO представлены в [8, 9]. Установлено, что коэффициент отражения может достигать больших значений ($R \geqslant 30$) при приложении к кристаллу BTO внешнего знакопеременного электрического поля. Генерация фазово-сопряженного волнового фронта в кристалле BGO экспериментально продемонстрирована в [10]. Показана возможность такой генерации при записи отражательной голограммы в диффузионном режиме (без приложения к кристаллу электрического поля).

Закономерности четырехволнового взаимодействия в кубических полупроводниковых фоторефрактивных кристаллах класса симметрии $\bar{4}3m$ изучены в [11–13]. Экспериментально показано [11], что при приложении к

В.Н.Навныко. Учреждение образования «Мозырский государственный педагогический университет имени И.П.Шамякина», Республика Беларусь, Гомельская обл., 247760 Мозырь, ул. Студенческая, 28; e-mail: valnav@inbox.ru

Поступила в редакцию 17 мая 2021 г., после доработки – 8 июня 2021 г.

кристаллу GaAs знакопеременного электрического поля амплитудой 3.2 кВ коэффициент отражения на длине волны 1060 нм достигает ~0.15. Теоретически предсказан существенный рост коэффициента отражения при увеличении напряжения до 8 кВ. В результате приложения внешнего постоянного электрического поля к кристаллу GaAs:Cr в режиме записи бегущей голографической решетки регистрировалось формирование обращенной волны ($R \approx 5$) в схеме с ортогонально-поляризованными пучками излучения накачки [12]. Зависимости интенсивностей p- и s-поляризованных компонент обращенной волны от ориентационного угла и азимутов поляризации взаимодействующих световых пучков для кристаллических образцов GaAs среза (110) и InP:Fe среза (111) исследованы в [13]. Экспериментально определены значения ориентационных углов при вращении кристалла относительно нормали к его поверхности, при которых интенсивности p- и s-поляризованных компонент обращенной волны достигают наибольших значений.

В настоящее время теория четырехволнового взаимодействия на голографических решетках в фоторефрактивных кристаллах разработана достаточно детально. Теоретические подходы, описанные в [14–16], могут быть использованы для анализа закономерностей обращения волнового фронта в кубических фоторефрактивных кристаллах класса симметрии $\bar{4}3m$, в которых оптическая активность запрещена правилами симметрии. Полученные результаты используются при создании лазеров на динамических решетках [4] и голографических интерферометров [5]. Использование таких методов для расчета закономерностей обращения волнового фронта в кубических фоторефрактивных кристаллах класса симметрии 23 ограничено, поскольку этим кристаллам присуща естественная оптическая активность. Опубликован ряд работ (см., напр., [17, 18]), в которых подобная задача решена с учетом вращения плоскости поляризации световых волн при их распространении внутри кристалла. В [18] показано, что при учете оптической активности и индуцированной внешним электрическим полем оптической анизотропии зависимости коэффициента отражения от напряженности внешнего электрического поля и ориентационного угла, полученные в результате теоретического расчета и экспериментально, хорошо согласуются.

Для модуляции диэлектрической проницаемости фоторефрактивного кристалла на оптических частотах наряду с линейным электрооптическим эффектом могут быть использованы фотоупругий и обратный пьезоэлектрический эффекты [19]. Впервые расчет анизотропии фоторефрактивного эффекта с учетом вклада фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов в кубических кристаллах проведен в [20]. В работе отмечено, что, возможно, одна из основных причин, обуславливающая заметные различия экспериментальных и теоретических результатов для кристалла BGO, связана со значительным поворотом плоскости поляризации световых пучков. Решение задачи, подобной рассмотренной в [20], но с учетом естественной оптической активности фоторефрактивных кристаллов класса симметрии 23, опубликовано в работе [21]. В ней представлена феноменологическая модель дифракции световых пучков на голографических решетках, построенная с учетом фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов, а также оптической активности. В рамках предложенной феноменологической модели дифракции в кубических оптически активных фоторефрактивных пьезокристаллах закономерности обращения волнового фронта проанализированы в [22, 23]. Предсказана возможность генерации фазово-сопряженного волнового фронта за счет диффузионного механизма разделения зарядов без приложения к кристаллу BTO:Fe,Cu внешнего электрического поля [22]. Получены аналитические выражения для нахождения коэффициентов прохождения и отражения при четырехволновом взаимодействии в кубическом оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле произвольного среза с учетом наведенной внешним электрическим полем оптической анизотропии [23].

В кубических фоторефрактивных кристаллах могут формироваться смешанные голограммы, которые имеют фазово-амплитудную структуру и представляют собой совокупность фазовой и амплитудной голографических решеток [24]. Учет фазово-амплитудной структуры формируемых в кристалле BTO голографических решеток обуславливает наилучшее согласование результатов теоретического расчета и экспериментального исследования зависимости дифракционной эффективности пропускающей голограммы от ориентационного угла [25]. Кроме того, в нелегированных кристаллах BTO вследствие наличия вакансий по титану наряду с фотопроводимостью помимо поглощения фиксируется наличие заметного циркулярного дихроизма [26].

Таким образом, создание теоретической модели четырехволнового взаимодействия в кубическом фоторефрактивном кристалле в общем случае требует рассмотрения дифракционных процессов, происходящих на амплитудно-фазовых голографических решетках, совместно с учетом ряда макроскопических свойств таких кристаллов (линейный электрооптический эффект, фотоупругий и обратный пьезоэлектрический эффекты, оптическая активность, естественное поглощение и циркулярный дихроизм). До настоящего времени, насколько нам известно, эта задача решена только для частных случаев: рассматривались дифракционные процессы только на фазовой голографической решетке и не учитывался совместный вклад фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов, для кристаллов класса симметрии 23 пренебрегалось влиянием оптической активности, а также поглощения совместно с циркулярным дихроизмом. Решение такой задачи в общем случае позволит добиться не только лучшего совпадения результатов теоретических расчетов с экспериментальными данными, но и проанализировать физические закономерности формирования обращенного волнового фронта при четырехволновом взаимодействии в кубическом оптически активном фоторефрактивном поглощающем пьезокристалле.

Целью настоящего исследования является анализ закономерностей обращения волнового фронта при встречном четырехволновом взаимодействии линейно поляризованных световых волн в кубическом фоторефрактивном кристалле. В работе будут представлены уравнения связанных волн, пригодные для описания дифракции световых волн на шести фазово-амплитудных голографических решетках и полученные с учетом линейного электрооптического, фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов, а также оптической активности, естественного поглощения и циркулярного дихроизма кристалла. Для апробации полученных уравнений связанных волн будет проведено сравнение результатов их численного решения с известными результатами экспериментальных исследо-

ваний и теоретически предсказаны условия достижения наибольшей интенсивности обращенной световой волны.

2. Теоретическая модель

Предположим, что на кубический фоторефрактивный кристалл падают три монохроматические линейно поляризованные световые волны, волновые векторы которых лежат в одной плоскости (рис.1). Волны накачки 1 и 2 с волновыми нормалями, совпадающими по направлению с единичными векторами $\boldsymbol{e}_{1n}$ и $\boldsymbol{e}_{2n}$, падают на кристалл с противоположных сторон. Волновая нормаль сигнальной волны 3 совпадает по направлению с единичным вектором $\boldsymbol{e}_{3n}$. В результате взаимодействия световых волн на формируемых в кристалле фоторефрактивных голографических решетках может появляться волна 4, которая имеет обращенный по отношению к сигнальной волне 3 волновой фронт [27]. Волновая нормаль волны 4 совпадает по направлению с единичным вектором $\boldsymbol{e}_{4n}$.

В рассматриваемом случае реализуется классическая схема встречного четырехволнового взаимодействия, при которой в кристалле может записываться одновременно шесть голографических решеток: две пропускающие и четыре отражательные [4]. Пропускающие решетки 13 и 24 образуются в результате попарной интерференции следующих волн: волна накачки 1 – сигнальная волна 3, волна накачки 2 – волна 4. Отражательные решетки с волновыми векторами $\boldsymbol{K}_{14}$ и $\boldsymbol{K}_{23}$ формируются при попарном взаимодействии волны накачки 1 с волной 4 и волны накачки 2 с сигнальной волной 3. Интерференция волн накачки 1 и 2 обуславливает формирование отражательной решетки с волновым вектором $\boldsymbol{K}_{12}$. При формировании в кристалле волны 4 за счет ее когерентного взаимодействия с сигнальной волной 3 возможно образование отражательной решетки с волновым вектором $\boldsymbol{K}_{34}$.

Для задания направлений распространения световых волн и описания состояния поляризаций используется ортонормированный базис ($\boldsymbol{e}_{jp}$, $\boldsymbol{e}_{js}$, $\boldsymbol{e}_{jn}$), где $\boldsymbol{e}_{jn} = [\boldsymbol{e}_{jp} \times \boldsymbol{e}_{js}]$ (j = 1, 2, 3, 4). Вектор $\boldsymbol{e}_{jn}$ совпадает по направлению с волновой нормалью j-й волны и лежит в плоскости падения I. Вектор $\boldsymbol{e}_{jp}$ лежит в плоскости падения I и соответствуют p-поляризации, вектор $\boldsymbol{e}_{js}$ перпендикулярен плоскости падения I и соответствует s-поляризации. Векторная амплитуда $\boldsymbol{E}_j$ совпадает по направлению с вектором напряженности j-й волны и лежит в плоскости, содержащей векторы $\boldsymbol{e}_{jp}$ и $\boldsymbol{e}_{js}$. Азимут поляризации ψ_j является мерой углового расстояния между векторами $\boldsymbol{e}_{jp}$ и $\boldsymbol{E}_j$, которое отсчитывается по часовой стрелке, если смотреть вдоль вектора $\boldsymbol{e}_{jn}$. Угловое расстояние φ_j равно углу Брэгга φ_B в кристалле и отсчитывается в плоскости падения между вектором $\boldsymbol{e}_{jn}$ и нормалью к рабочим граням кристалла, параллельным плоскости II.

Единичные векторы $\boldsymbol{e}_1$ и $\boldsymbol{e}_2$ являются ортами рабочей системы координат ($\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$), где $\boldsymbol{e}_3 = [\boldsymbol{e}_1 \times \boldsymbol{e}_2]$ (единичный вектор $\boldsymbol{e}_3$ направлен внутрь кристалла). Рабочая система координат используется для задания ориентации кристаллического образца относительно лабораторного стола. Плоскость II параллельна поверхности среза кристаллического образца, пересекается с плоскостью падения I вдоль прямой, проходящей через вектор $\boldsymbol{e}_1$, и образует с ней двугранный угол, равный 90°. В плоскости I лежат векторы $\boldsymbol{e}_1$ и $\boldsymbol{e}_3$, а в плоскости II – векторы $\boldsymbol{e}_1$ и $\boldsymbol{e}_2$. Единичные векторы $\boldsymbol{s}$ и $\boldsymbol{q}$ используются для задания ориентации кристаллографической системы координат относительно рабочей системы координат. Ориентационный угол θ задает поворот кристалла относительно оси, совпадающей по направлению с вектором $\boldsymbol{e}_3$, и отсчитывается по часовой стрелке в плоскости II от вектора $\boldsymbol{e}_1$ к вектору $\boldsymbol{s}$. Расстояние между рабочими гранями кристалла, параллельными плоскости II, равняется толщине кристалла d. На вставке рис.1 изображена ориентация волно-

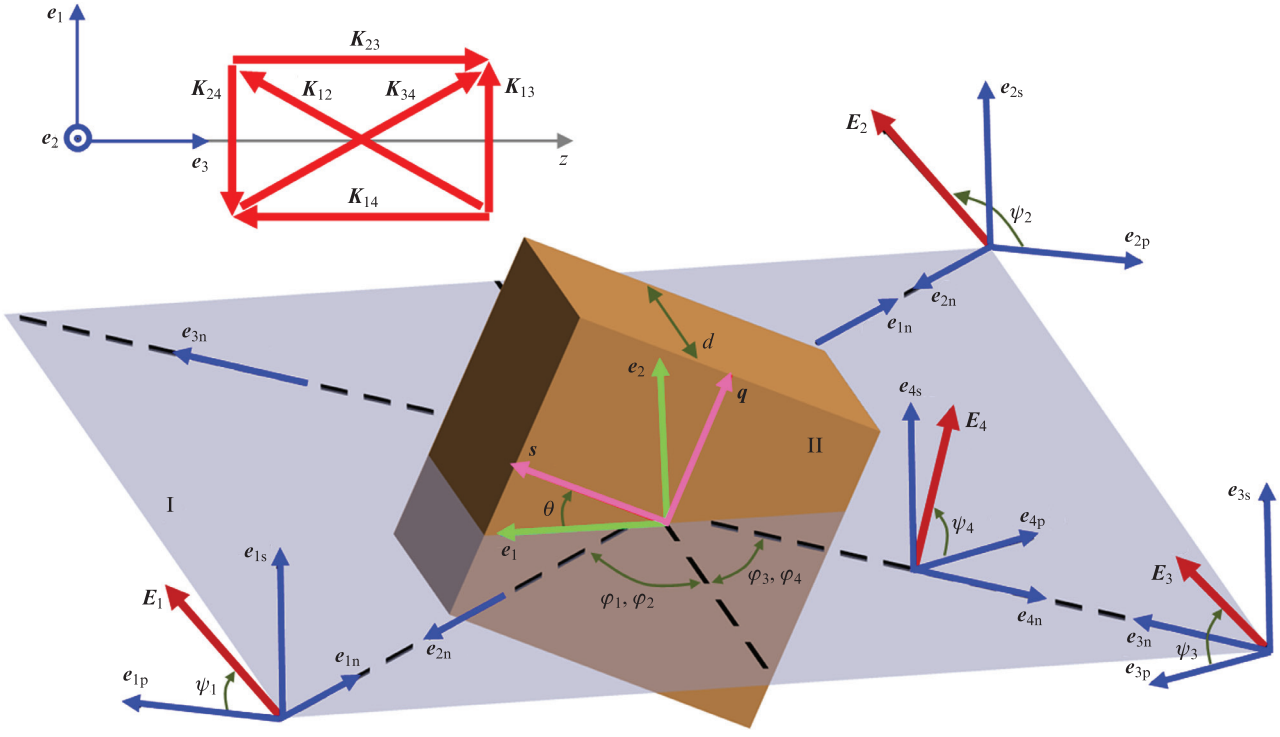

Рис.1. Схема встречного четырехволнового взаимодействия в кубическом фоторефрактивном кристалле.

вых векторов голографических решеток относительно ортов рабочей системы координат. Координата z отсчитывается вдоль положительного направления оси z, совпадающей по направлению с единичным вектором $\boldsymbol{e}_3$. За начало отсчета оси z ($z = 0$) принимается точка ее пересечения с плоскостью II.

Общее стационарное решение волнового уравнения будем искать в виде суперпозиции четырех линейно поляризованных световых волн – двух волн накачки 1 и 2, сигнальной волны 3 и волны 4:

$$\boldsymbol{E} = \sum_{j=1}^{4} (E_{j\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_{j\mathrm{p}} + E_{j\mathrm{s}}\boldsymbol{e}_{j\mathrm{s}})e^{\mathrm{i}\theta_j}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{E}$ – вектор электрической напряженности результирующего светового поля в кристалле, изменяющийся вдоль оси z; $E_{j\mathrm{p}}$, $E_{j\mathrm{s}}$ – p- и s-компоненты векторной амплитуды $\boldsymbol{E}_j$, являющиеся функциями координаты z; θ_j – начальная фаза волны j.

Попарное взаимодействие световых волн в кристаллической среде приводит к образованию интерференционных картин и формированию соответствующих голографических решеток. Глубина модуляции интерференционных картин внутри кристалла может быть найдена на основании следующих выражений:

$$m^{hu} = (E_{h\mathrm{s}}E_{u\mathrm{s}} + E_{h\mathrm{p}}\,E_{u\mathrm{p}}\cos(\boldsymbol{e}_{h\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_{u\mathrm{p}}))/I_0, \tag{2}$$

где $(\boldsymbol{e}_{h\mathrm{p}}\boldsymbol{e}_{u\mathrm{p}})$ – скалярное произведение векторов, а $h, u = 1, 2, 3, 4$; m^{hu} – глубина модуляции интерференционной картины hu (здесь и далее верхний индекс hu означает, что параметр относится к голографической решетке hu и в этих случаях $hu = 12, 13, 14, 23, 24, 34$); $I_0 = E_{1\mathrm{s}}^2 + E_{1\mathrm{p}}^2 + E_{2\mathrm{s}}^2 + E_{2\mathrm{p}}^2 + E_{3\mathrm{s}}^2 + E_{3\mathrm{p}}^2 + E_{4\mathrm{s}}^2 + E_{4\mathrm{p}}^2$ – результирующая интенсивность светового поля внутри кристалла.

В случае малой глубины модуляции ($m^{hu} \ll 1$) на основании одноуровневой зонной модели фотовозбуждения и перераспределения носителей электрического заряда амплитуда первой гармоники напряженности электрического поля пространственного заряда фоторефрактивного кристалла для голографической решетки hu может быть рассчитана на основании следующего выражения [28]:

$$E_{\mathrm{sc}}^{hu} = -\mathrm{i}m^{hu}\,\frac{E_{\mathrm{dif}}^{hu}}{1 + E_{\mathrm{dif}}^{hu}/E_{\mathrm{q}}^{hu}}, \tag{3}$$

где E_{sc}^{hu} – напряженность электрического поля пространственного заряда голографической решетки hu; $E_{\mathrm{dif}}^{hu} = (k_{\mathrm{B}}T/e)K^{hu}$ – напряженность электрического диффузионного поля; $E_{\mathrm{q}}^{hu} = eN_{\mathrm{ac}}/(\varepsilon K^{hu})$ – напряженность электрического поля насыщения ловушек; $K^{hu} = 2\pi/\Lambda^{hu}$ – длина волнового вектора голографической решетки hu; Λ^{hu} – пространственный период голографической решетки hu; k_{B} – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура; e – элементарный электрический заряд; N_{ac} – концентрация компенсирующих акцепторов; ε – диэлектрическая проницаемость кристалла.

При подстановке выражений (1)–(3) в волновое уравнение для оптически активных сред в приближении медленно меняющихся амплитуд и малости угла φ_{B} можно получить уравнения связанных волн, которые могут использоваться для описания встречного четырехволнового взаимодействия на двух пропускающих (13, 24) и четырех отражательных (12, 14, 23, 34) фазово-амплитудных голографических решетках в кубическом фоторефрактивном кристалле произвольного среза:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}E_{1\mathrm{p}}}{\mathrm{d}z} &= (\kappa_{1\mathrm{p}2\mathrm{p}} + \sigma_{1\mathrm{p}2\mathrm{p}})E_{2\mathrm{p}} + (\kappa_{1\mathrm{p}2\mathrm{s}} + \sigma_{1\mathrm{p}2\mathrm{s}})E_{2\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{1\mathrm{p}3\mathrm{p}} + \sigma_{1\mathrm{p}3\mathrm{p}})E_{3\mathrm{p}} + (\kappa_{1\mathrm{p}3\mathrm{s}} + \sigma_{1\mathrm{p}3\mathrm{s}})E_{3\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{1\mathrm{p}4\mathrm{p}} + \sigma_{1\mathrm{p}4\mathrm{p}})E_{4\mathrm{p}} + (\kappa_{1\mathrm{p}4\mathrm{s}} + \sigma_{1\mathrm{p}4\mathrm{s}})E_{4\mathrm{s}}\\ &+ (\rho_1 + \mathrm{i}\chi_1)E_{1\mathrm{s}} - \alpha_1 E_{1\mathrm{p}},\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}E_{1\mathrm{s}}}{\mathrm{d}z} &= (\kappa_{1\mathrm{s}2\mathrm{p}} + \sigma_{1\mathrm{s}2\mathrm{p}})E_{2\mathrm{p}} + (\kappa_{1\mathrm{s}2\mathrm{s}} + \sigma_{1\mathrm{s}2\mathrm{s}})E_{2\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{1\mathrm{s}3\mathrm{p}} + \sigma_{1\mathrm{s}3\mathrm{p}})E_{3\mathrm{p}} + (\kappa_{1\mathrm{s}3\mathrm{s}} + \sigma_{1\mathrm{s}3\mathrm{s}})E_{3\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{1\mathrm{s}4\mathrm{p}} + \sigma_{1\mathrm{s}4\mathrm{p}})E_{4\mathrm{p}} + (\kappa_{1\mathrm{s}4\mathrm{s}} + \sigma_{1\mathrm{s}4\mathrm{s}})E_{4\mathrm{s}}\\ &- (\rho_1 + \mathrm{i}\chi_1)E_{1\mathrm{p}} - \alpha_1 E_{1\mathrm{s}},\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}E_{2\mathrm{p}}}{\mathrm{d}z} &= (-\kappa_{2\mathrm{p}1\mathrm{p}} + \sigma_{2\mathrm{p}1\mathrm{p}})E_{1\mathrm{p}} + (-\kappa_{2\mathrm{p}1\mathrm{s}} + \sigma_{2\mathrm{p}1\mathrm{s}})E_{1\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{2\mathrm{p}3\mathrm{p}} + \sigma_{2\mathrm{p}3\mathrm{p}})E_{3\mathrm{p}} + (\kappa_{2\mathrm{p}3\mathrm{s}} + \sigma_{2\mathrm{p}3\mathrm{s}})E_{3\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{2\mathrm{p}4\mathrm{p}} + \sigma_{2\mathrm{p}4\mathrm{p}})E_{4\mathrm{p}} + (\kappa_{2\mathrm{p}4\mathrm{s}} + \sigma_{2\mathrm{p}4\mathrm{s}})E_{4\mathrm{s}}\\ &+ (\rho_2 + \mathrm{i}\chi_2)E_{2\mathrm{s}} - \alpha_2 E_{2\mathrm{p}},\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}E_{2\mathrm{s}}}{\mathrm{d}z} &= (-\kappa_{2\mathrm{s}1\mathrm{p}} + \sigma_{2\mathrm{s}1\mathrm{p}})E_{1\mathrm{p}} + (-\kappa_{2\mathrm{s}1\mathrm{s}} + \sigma_{2\mathrm{s}1\mathrm{s}})E_{1\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{2\mathrm{s}3\mathrm{p}} + \sigma_{2\mathrm{s}3\mathrm{p}})E_{3\mathrm{p}} + (\kappa_{2\mathrm{s}3\mathrm{s}} + \sigma_{2\mathrm{s}3\mathrm{s}})E_{3\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{2\mathrm{s}4\mathrm{p}} + \sigma_{2\mathrm{s}4\mathrm{p}})E_{4\mathrm{p}} + (\kappa_{2\mathrm{s}4\mathrm{s}} + \sigma_{2\mathrm{s}4\mathrm{s}})E_{4\mathrm{s}}\\ &- (\rho_2 + \mathrm{i}\chi_2)E_{2\mathrm{p}} - \alpha_2 E_{2\mathrm{s}},\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}E_{3\mathrm{p}}}{\mathrm{d}z} &= (-\kappa_{3\mathrm{p}1\mathrm{p}} + \sigma_{3\mathrm{p}1\mathrm{p}})E_{1\mathrm{p}} + (-\kappa_{3\mathrm{p}1\mathrm{s}} + \sigma_{3\mathrm{p}1\mathrm{s}})E_{1\mathrm{s}}\\ &+ (-\kappa_{3\mathrm{p}2\mathrm{p}} + \sigma_{3\mathrm{p}2\mathrm{p}})E_{2\mathrm{p}} + (-\kappa_{3\mathrm{p}2\mathrm{s}} + \sigma_{3\mathrm{p}2\mathrm{s}})E_{2\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{3\mathrm{p}4\mathrm{p}} + \sigma_{3\mathrm{p}4\mathrm{p}})E_{4\mathrm{p}} + (\kappa_{3\mathrm{p}4\mathrm{s}} + \sigma_{3\mathrm{p}4\mathrm{s}})E_{4\mathrm{s}}\\ &+ (\rho_3 + \mathrm{i}\chi_3)E_{3\mathrm{s}} - \alpha_3 E_{3\mathrm{p}},\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}E_{3\mathrm{s}}}{\mathrm{d}z} &= (-\kappa_{3\mathrm{s}1\mathrm{p}} + \sigma_{3\mathrm{s}1\mathrm{p}})E_{1\mathrm{p}} + (-\kappa_{3\mathrm{s}1\mathrm{s}} + \sigma_{3\mathrm{s}1\mathrm{s}})E_{1\mathrm{s}}\\ &+ (-\kappa_{3\mathrm{s}2\mathrm{p}} + \sigma_{3\mathrm{s}2\mathrm{p}})E_{2\mathrm{p}} + (-\kappa_{3\mathrm{s}2\mathrm{s}} + \sigma_{3\mathrm{s}2\mathrm{s}})E_{2\mathrm{s}}\\ &+ (\kappa_{3\mathrm{s}4\mathrm{p}} + \sigma_{3\mathrm{s}4\mathrm{p}})E_{4\mathrm{p}} + (\kappa_{3\mathrm{s}4\mathrm{s}} + \sigma_{3\mathrm{s}4\mathrm{s}})E_{4\mathrm{s}}\\ &- (\rho_3 + \mathrm{i}\chi_3)E_{3\mathrm{p}} - \alpha_3 E_{3\mathrm{s}},\end{aligned} \tag{9}$$

$$\frac{dE_{4p}}{dz} = (-\kappa_{4p1p} + \sigma_{4p1p})E_{1p} + (-\kappa_{4p1s} + \sigma_{4p1s})E_{1s}$$
$$+ (-\kappa_{4p2p} + \sigma_{4p2p})E_{2p} + (-\kappa_{4p2s} + \sigma_{4p2s})E_{2s}$$
$$+ (-\kappa_{4p3p} + \sigma_{4p3p})E_{3p} + (-\kappa_{4p3s} + \sigma_{4p3s})E_{3s}$$
$$+ (\rho_4 + i\chi_4)E_{4s} - \alpha_4 E_{4p}, \quad (10)$$

$$\frac{dE_{4s}}{dz} = (-\kappa_{4s1p} + \sigma_{4s1p})E_{1p} + (-\kappa_{4s1s} + \sigma_{4s1s})E_{1s}$$
$$+ (-\kappa_{4s2p} + \sigma_{4s2p})E_{2p} + (-\kappa_{4s2s} + \sigma_{4s2s})E_{2s}$$
$$+ (-\kappa_{4s3p} + \sigma_{4s3p})E_{3p} + (-\kappa_{4s3s} + \sigma_{4s3s})E_{3s}$$
$$- (\rho_4 + i\chi_4)E_{4p} - \alpha_4 E_{4s}. \quad (11)$$

Здесь

$$\kappa_{hbut} = \frac{\kappa_0(\boldsymbol{e}_{hb}\Delta\hat{\eta}^{hu}\boldsymbol{e}_{ut})}{\cos\varphi_h};\ \sigma_{hbut} = \frac{\sigma_0(\boldsymbol{e}_{hb}\Delta\hat{\sigma}^{hu}\boldsymbol{e}_{ut})}{\cos\varphi_h};$$

$$\rho_h = \rho/\cos\varphi_h;\ \chi_h = \chi/\cos\varphi_h;\ \alpha_h = \alpha/\cos\varphi_h;$$

$\kappa_0 = \pi n^3/(2\lambda)$ – постоянная связи фазовой решетки; $\sigma_0 = -\pi/(nc)$ – постоянная связи амплитудной решетки; $\Delta\hat{\eta}^{hu}$ – возмущения обратного тензора диэлектрической проницаемости кристалла для фазовой решетки hu; $\Delta\hat{\sigma}^{hu}$ – возмущения тензора проводимости кристалла для амплитудной решетки hu; n – показатель преломления невозмущенного кристалла; ρ – удельное вращение кристалла; α – коэффициент естественного поглощения кристалла; χ – параметр циркулярного дихроизма; λ – длина волны; c – скорость света в вакууме; b, t = p, s. Тензорные свертки $(\boldsymbol{e}_{hb}\Delta\hat{\eta}^{hu}\boldsymbol{e}_{ut})$ и $(\boldsymbol{e}_{hb}\Delta\hat{\sigma}^{hu}\boldsymbol{e}_{ut})$ используются для определения вклада в дифракционный процесс взаимной связи между составляющими, на которые распадаются световые волны при четырехволновом взаимодействии на голографической решетке hu. Выражения для нахождения возмущений обратного тензора диэлектрической проницаемости $\Delta\hat{\eta}^{hu}$ кубического кристалла с учетом совместного действия фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов приведены в [29]. Возмущения тензора проводимости кубического кристалла в линейном по контрасту приближении будем рассчитывать на основании следующего выражения: $\Delta\hat{\sigma}^{hu} = m^{hu}\sigma^{hu}\delta_{kn}$, где σ^{hu} – коэффициенты проводимости, δ_{kn} – единичный симметричный тензор второго ранга. При выводе уравнений связанных волн предполагалось, что пространственный сдвиг фазовых решеток относительно соответствующих интерференционных картин равен $\pi/2$, а для амплитудных решеток предполагалось, что такой сдвиг отсутствует.

Справедливость представленной теоретической модели может быть проверена на основании сравнения результатов численного решения уравнений связанных волн (4)–(11) с известными экспериментальными данными. Наиболее удобными для проведения сравнительного анализа являются приведенные в [13] результаты экспериментального исследования зависимостей интенсивностей p- и s-поляризованных компонент обращенной световой волны, возникающей при встречном четырехволновом взаимодействии в кристалле InP:Fe среза (111). Сравнение результатов экспериментальных исследований [13] и результатов численного решения уравнений связанных волн (4)–(11) позволит оценить пригодность предложенной теоретической модели для изучения закономерностей обращения волнового фронта при четырехволновом взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле.

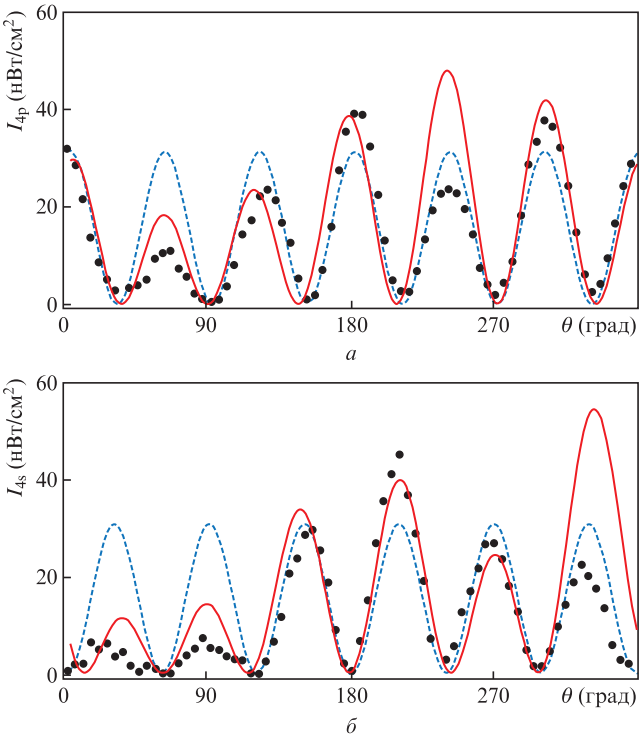

Рис.2. Зависимости интенсивностей p- (*а*) и s-поляризованных (*б*) компонент световой волны 4 от ориентационного угла θ при p-поляризованной волне 2: экспериментальные данные, приведенные в работе [13] (точки), теоретическая кривая, приведенная в [13] (штриховая кривая), теоретическая кривая, полученная на основании численного решения уравнений связанных волн (4)–(11) (сплошная кривая).

Начальные условия для численного решения уравнений связанных волн (4)–(11) принимались полностью соответствующими данным [13]. Параметры кристалла InP:Fe на длине волны $\lambda = 1064 \times 10^{-9}$ м заимствовались из [30]: показатель преломления невозмущенного кристалла $n_0 = 3.29$; электрооптический коэффициент $r_{41} = 1.45 \times 10^{-12}$ м/В, где $r_{41} \equiv r^s_{123} = r^s_{132} = r^s_{213} = r^s_{231} = r^s_{312} = r^s_{321}$. Индекс s для тензора $\hat{r}^s$ означает, что компонента r_{41} тензора линейного электрооптического эффекта измерялась для зажатого кристалла. При расчетах принималось, что коэффициент поглощения $\alpha = 250$ м$^{-1}$. С использованием выражений, приведенных в [29], в расчетах можно учесть влияние фотоупругого и обратного пьезоэлектрического эффектов на свойства голографических решеток, однако в доступной нам литературе мы не обнаружили полных сведений по фотоупругим коэффициентам кристалла InP:Fe.

3. Результаты решения уравнений связанных волн и их сравнение с экспериментом

На рис.2,3 представлены зависимости интенсивностей p- (I_{4p} на рис.2,*а* и рис.3,*а*) и s-поляризованных (I_{4s} на рис.2,*б* и рис.3,*б*) компонент волны 4 от ориентационного угла θ. Зависимости получены для двух состояний ли-

нейной поляризации волны 2: p- (рис.2) и s-поляризации (рис.3). Точки на рис.2, 3 отображают результаты экспериментального исследования зависимостей $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$, приведенные в [13]. При выполнении эксперимента использовался кристалл InP:Fe среза (111) с длиной оптического взаимодействия 0.85 мм. Световые волны 1 и 3 на входе в кристалл были поляризованы перпендикулярно плоскости падения (s-поляризация), и их начальные интенсивности равнялись 150 и 60 мВт/см^2 соответственно. Интенсивность волны 2 на входе в кристалл выбиралась равной 75 мВт/см^2.

Для анализа экспериментальных данных авторами работы [13] в приближении неистощимости волн 1 и 2 получено аналитическое решение уравнений связанных волн, на основании которого теоретически рассчитаны зависимости $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$ (штриховые кривые на рис.2, 3). В уравнениях связанных волн, приведенных в [13], не учитывалось, что при встречном четырехволновом взаимодействии в кубических фоторефрактивных кристаллах среза (111) возможно формирование пропускающих и отражательных фазово-амплитудных голографических решеток (см., напр., [31]). Уравнения связанных волн, представленные в [13], могут быть получены из (4)–(11), если рассмотреть частный случай, когда в кристалле формируются только две фазовые пропускающие решетки 13 и 24. Зависимости, представленные на рис.2, 3 штриховыми линиями, можно построить в результате решения уравнений связанных волн (4)–(11), если допустить, что в кристалле формируется решетка 24 с напряженностью ~ 0.2 кВ/см.

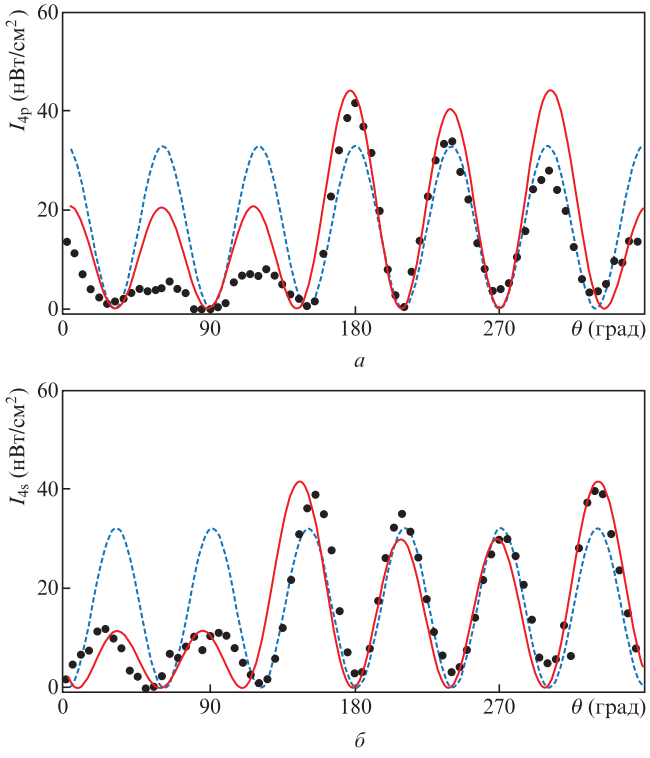

Рис.3. Зависимости интенсивностей p- (*а*) и s-поляризованных (*б*) компонент световой волны 4 от ориентационного угла θ при s-поляризованной волне 2: экспериментальные данные, приведенные в работе [13] (точки), теоретическая кривая, приведенная в [13] (штриховая кривая), теоретическая кривая, полученная на основании численного решения уравнений связанных волн (4)–(11) (сплошная кривая).

На рис.2 сплошные линии соответствуют зависимостям $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$, полученным на основании численного решения уравнений связанных волн (4)–(11). Наилучшее совпадение теоретических и экспериментальных результатов получено при условии, что основной вклад в формирование обращенной волны 4 вносят отражательные решетки с волновыми векторами $\boldsymbol{K}_{14}$ и $\boldsymbol{K}_{34}$ и пропускающая решетка с волновым вектором $\boldsymbol{K}_{24}$. При расчетах использовались следующие параметры фазово-амплитудных голограмм: отражательная решетка 14 – $E_{sc}^{14} = -1.8$ кВ/см, $\sigma^{14} = 0.13$; пропускающая решетка 24 – $E_{sc}^{24} = 0.2$ кВ/см, $\sigma^{24} = 11$; отражательная решетка 34 – $E_{sc}^{34} = -0.15$ кВ/см. Существенные различия между теорией и экспериментом в локальных максимумах при $\theta \approx 240°$ (рис.2,*а*) и 330° (рис.2,*б*), возможно, обусловлены дифракционным вкладом неучтенной голографической решетки, которая сформирована в кристалле при проведении эксперимента, а также пренебрежением совместным вкладом обратного пьезоэлектрического эффекта и фотоупругости.

На рис.3 сплошные линии также соответствуют зависимостям $I_{4p}(\theta)$ (рис.3,*а*) и $I_{4s}(\theta)$ (рис.3,*б*), полученным на основании численного решения уравнений (4)–(11). Для наилучшего совпадения теоретически рассчитанных зависимостей $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$ с экспериментальными данными достаточно учесть вклады отражательной решетки 14 ($E_{sc}^{14} = -1.8$ кВ/см, $\sigma^{14} = 0.13$) и пропускающей решетки 24 ($E_{sc}^{24} = 0.2$ кВ/см, $\sigma^{24} = 11$). Как показывают результаты численного анализа, при использовании s-поляризованной волны 2 вкладом отражательной решетки 34 можно пренебречь. Это можно объяснить тем, что дифракционная эффективность различается при считывании голографической решетки p- и s-поляризованными компонентами волны, что обусловлено различием коэффициентов связи для волн с разным состоянием поляризации [32].

Из сравнения зависимостей $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$, полученных на основании численного решения уравнений связанных волн (4)–(11), с приведенными в [13] теоретическими кривыми, можно видеть, что их периодичность приблизительно одинакова и совпадает с периодичностью экспериментально полученных зависимостей $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$. Предложенная в [13] теоретическая модель предсказывает, что I_{4p} и I_{4s} в локальных максимумах зависимостей $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$ будут иметь практически равные значения. Однако, как видно из рис.2, 3, значения I_{4p} и I_{4s} в локальных максимумах зависимостей $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$, полученных по экспериментальным данным, могут отличаться от полученных из уравнений (4)–(11) более чем в три раза. Учет в уравнениях связанных волн (4)–(11) вкладов дифракционных процессов, происходящих на нескольких фазово-амплитудных голографических решетках, позволяет точнее находить значения I_{4p} и I_{4s} в локальных максимумах зависимостей $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$ и добиваться лучшего по сравнению с [13] совпадения теоретических кривых с построенными по экспериментальным данным. Таким образом, смысл такого усложнения теоретической модели встречного четырехволнового взаимодействия в кубическом фоторефрактивном кристалле заключается в более точном предсказании поляризационных и энергетических характеристик обращенной волны.

Новизна предлагаемой теоретической модели, по сравнению с приведенной в [13], заключается в возможности учета большего числа условий эксперимента (например, срез кристалла, азимуты поляризации волн, величина

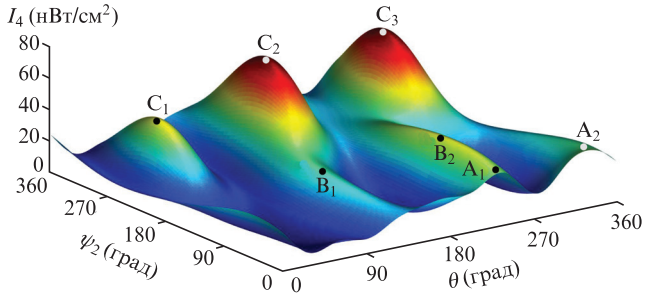

Рис.4. Зависимость интенсивности волны 4 от ориентационного угла θ и азимута поляризации ψ_2 волны 2.

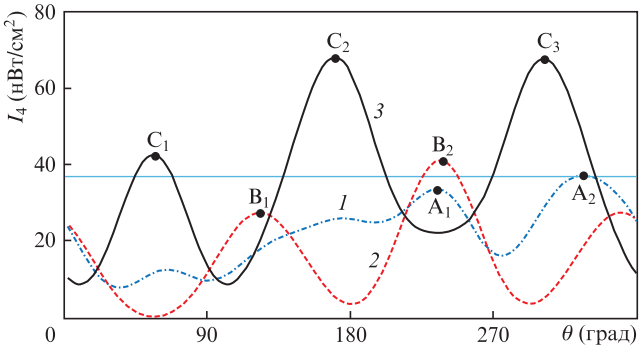

Рис.5. Зависимости интенсивности I_4 световой волны 4 от ориентационного угла θ, рассчитанные для ее азимутов поляризации ψ_2 = 0 (*1*), 90° (*2*), 266° (*3*).

ориентационного угла и др.) для достижения требуемых поляризационных и энергетических характеристик обращенного волнового фронта. Проиллюстрируем такую возможность на следующем примере. Зависимости $I_{4p}(\theta)$ и $I_{4s}(\theta)$ в [13] исследованы только для двух состояний поляризации волны 2. С использованием уравнений связанных волн (4)–(11) можно исследовать зависимость интенсивности волны 4, например, одновременно от ориентационного угла θ и азимута поляризации ψ_2. Решение этой задачи позволит установить значения θ и ψ_2, при которых достигаются наибольшие значения I_4. Полученные данные могут быть использованы для управления интенсивностью обращенной волны при четырехволновом взаимодействии в кристалле InP:Fe среза (111).

На рис.4 представлена зависимость $I_4(\theta,\psi_2)$, рассчитанная для кристалла InP:Fe среза (111) толщиной 0.85 мм, в котором при четырехволновом взаимодействии формируются голографические решетки 14, 24 и 34. Точки на поверхности $I_4(\theta,\psi_2)$ соответствуют наибольшим значениям интенсивности I_4, которые достигаются при использовании волны 2 с p-поляризацией (A_1 и A_2) и с s-поляризацией (B_1 и B_2). При расчетах интенсивность I_4 находилась по формуле $I_4 = E_{4p}^2 + E_{4s}^2$. Как следует из рис.4, интенсивность волны 4, достигаемая при использовании волны 2 с p- и s-поляризациями, не является максимально возможной. За счет соответствующего выбора значений ориентационного угла θ и азимута поляризации ψ_2 возможно существенно увеличить значение I_4. Максимумы зависимости $I_4(\theta,\psi_2)$ достигаются в точках C_1, C_2, C_3 и соответствуют азимуту поляризации $\psi_2 \approx 266°$.

Для количественного анализа поверхности $I_4(\theta,\psi_2)$ рассмотрим приведенные на рис.5 зависимости $I_4(\theta)$, рассчитанные при ψ_2 = 0, 90° и 266°. С использованием p-поляризованной волны 2 наибольшие значения I_4 достигаются при θ = 234° (точка A_1) и 326° (точка A_2). Максимальное значение I_4 при этом достигается в точке A_2 и равняется 38 нВт/см^2. Минимальное значение I_4 при ψ_2 = 0 равняется 8 нВт/см^2. Использование s-поляризованной волны 2 представляется более выгодным, поскольку в этом случае наибольшее значение I_4 равняется 41 нВт/см^2 и достигается при θ = 236° (точка B_2). Локальный максимум при ψ_2 = 90° достигается также при θ = 122° (точка B_1). При выборе ориентационного угла θ = 54° интенсивность волны 4 будет приблизительно равна нулю. Наибольшее значение I_4 (68 нВт/см^2) на поверхности $I_4(\theta,\psi_2)$ может быть достигнуто при $\psi_2 \approx 266°$ для двух значений ориентационного угла: θ = 170° (точка C_2) и 302° (точка C_3). Локальный максимум графика зависимости $I_4(\theta)$ при $\psi_2 \approx 266°$ также достигается при θ = 54° (точка C_1). Из рис.5 видно, что наибольшее значение интенсивности I_4, достигаемое для p- и s-поляризаций волны 2, может быть увеличено в 1.6 раза при оптимальном выборе параметров θ и ψ_2. При θ = 54° интенсивность I_4 может быть увеличена с близкого к нулю значения (при ψ_2 = 90°) до 42 нВт/см^2 (при $\psi_2 \approx 266°$) за счет изменения азимута поляризации ψ_2.

4. Заключение

Представлена система уравнений связанных волн для расчета p- и s-поляризованных компонент линейно поляризованных световых волн при вырожденном встречном четырехволновом взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле произвольного среза. Рассмотрен случай, когда в кристалле при четырехволновом взаимодействии формируются две пропускающие и четыре отражательные фазово-амплитудные голографические решетки. В теоретической модели учтены электрооптический, фотоупругий и обратный пьезоэлектрический эффекты, а также естественная оптическая активность, поглощение и циркулярный дихроизм кристалла.

Теоретически исследованы ориентационные зависимости интенсивностей p- и s-поляризованных компонент обращенной световой волны при встречном четырехволновом взаимодействии в кубическом фоторефрактивном кристалле InP:Fe среза (111) толщиной 0.85 мм. Установлено, что удовлетворительное согласование результатов теоретических и экспериментальных исследований ориентационных зависимостей интенсивностей p- и s-поляризованных компонент обращенной волны достигается при совместном учете вкладов дифракционных процессов на нескольких голографических решетках, формируемых в кубическом фоторефрактивном кристалле InP:Fe среза (111). Учет фазово-амплитудной структуры голографических решеток при расчетах позволяет добиться более точного совпадения теоретически рассчитанных интенсивностей p- и s-поляризованных компонент обращенной волны с данными эксперимента. Теоретически показано, что в условиях эксперимента [13] интенсивность обращенной волны при встречном четырехволновом взаимодействии может быть увеличена более чем в полтора раза в случае соответствующего выбора ориентационного угла и азимута линейной поляризации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь (договор от 22.03.2021 №1410/2021) в рамках Государственной программы научных исследований №6 «Фотоника и электроника для инноваций» на 2021–2025 гг. (задание 6.1.14).

Автор выражает благодарность рецензентам за внимательное прочтение рукописи и сделанные замечания, что позволило заметно повысить уровень статьи.

1. Петров В.М., Шамрай А.В. *Интерференция и дифракция для интерференционной фотоники* (СПб.: Издательство «Лань», 2019).
2. Tao L., Daghighian H.M., Levin C.S. *J. of Medical Imaging*, **4**, 011010 (2017).
3. Kwak C.H., Kim G.Y., Javidi B. *Opt. Commun.*, **437**, 95 (2019).
4. Одулов С.Г., Соскин М.С., Хижняк А.И. *Лазеры на динамических решетках: оптические генераторы на четырехволновом смешении* (М.: Наука, 1990).
5. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. *Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике* (СПб.: Наука, 1992).
6. Huignard J.P., Herriau J.P., Aubourg P., Spitz E. *Opt. Lett.*, **4**, 21 (1979).
7. Rajbenbach H., Huignard J.P., Refregier Ph. *Opt. Lett.*, **9**, 558 (1984).
8. Степанов С.И., Петров М.П., Красинькова М.В. *ЖТФ*, **54**, 1223 (1984).
9. Степанов С.И., Петров М.П. *Письма в ЖТФ*, **10**, 1356 (1984).
10. Ja Y.H. *Opt. Commun.*, **41**, 159 (1981).
11. Klein M.B., McCahon S.W., Boggess T.F., Valley G.C. *J. Soc. Opt. Am. B*, **5**, 2467 (1988).
12. Rajbenbach H., Imbert B., Huignard J.P., Mallick S. *Opt. Lett.*, **14**, 78 (1989).
13. Ding Y., Eichler H.J. *Opt. Commun.*, **110**, 456 (1994).
14. Stepanov S.I., Petrov V.M. *Opt. Commun.*, **53**, 64 (1985).
15. Cronin-Golomb M., Fischer B., White J.O., Yariv A. *IEEE J. Quantum Electron.*, **1**, 12 (1984).
16. Ringhofer K.H., Solymar L. *Appl. Phys. B.*, **48**, 395 (1989).
17. Hall T.J., Powell A.K., Stace C. *Opt. Commun.*, **75**, 159 (1990).
18. Erdmann A., Kowarschik R., Wenke L. *J. Soc. Opt. Am. B.*, **6**, 1845 (1989).
19. Изванов А.А., Мандель А.Е., Хатьков Н.Д., Шандаров С.М. *Автометрия*, **2**, 79 (1986).
20. Степанов С.И., Шандаров С.М., Хатьков Н.Д. *ФТТ*, **10**, 3054 (1987).
21. Shepelevich V.V., Shandarov S.M., Mandel A.E. *Ferroelectrics*, **110**, 235 (1990).
22. Гусельникова А.В., Шандаров С.М., Плесовских А.М., Ромашко Р.В., Кульчин Ю.Н. *Оптический журн.*, **73**, 22 (2006) [*J. Opt. Technol.*, **73**, 760 (2006)].
23. Литвинов Р.В., Полковников С.И., Шандаров С.М. *Квантовая электроника*, **31**, 167 (2001) [*Quantum Electron.*, **31**, 167 (2001)].
24. Montemezzani G., Zgonik M. *Phys. Rev. E*, **55**, 1035 (1997).
25. Шепелевич В.В., Макаревич А.В., Шандаров С.М. *Письма в ЖТФ*, **40**, 83 (2014) [*Tech. Phys. Lett.*, **40**, 1024 (2014)].
26. Бурков В.И., Каргин Ю.Ф., Кизель В.А., Ситникова В.И., Скориков В.М. *Письма в ЖЭТФ*, **38**, 326 (1983) [*JETP Lett*, **38**, 390 (1983)].
27. Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В. *Обращение волнового фронта* (М.: Наука, 1985).
28. Kukhtarev N.V., Markov V.B., Odulov S.G., Soskin M.S., Vinetskii V.L. *Ferroelectrics*, **22**, 949 (1979).
29. Шандаров С.М., Шепелевич В.В., Хатьков Н.Д. *Оптика и спектроскопия*, **70**, 1068 (1991) [*Opt. Spectrosc.*, **70**, 627 (1991)].
30. Dargus A., Kundrotas J. *Handbook on physical properties of Ge, Si, GaAs, InP* (Vilnius, Lithuania.: Science and Encyclopedia Publishers, 1994).
31. Bylsma R.B., Olson D.H., Glass A.M. *Opt. Lett.*, **13**, 853 (1988).
32. Kogelnik H. *Bell Syst. Tech. J.*, **48**, 2909 (1969).