ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА

Формирование двумерных контуров изображения в нулевом и плюс втором дифракционных порядках в процессе двукратной брэгговской дифракции

В.М.Котов, С.В.Аверин, А.А.Зенкина, А.С.Белоусова

Исследована возможность формирования двумерного контура оптического изображения при двукратной брэгговской дифракции одновременно в двух брэгговских порядках. Получены передаточные функции брэгговских порядков двукратной дифракции с учетом эллиптичности оптических пучков и кривизны волновых поверхностей кристалла. Найдены условия, позволяющие получить контур изображения одновременно в нулевом и плюс втором брэгговских порядках. Это подтверждено экспериментально на примере фурье-обработки изображения, переносимого излучением на длине волны 0.63 мкм. Двукратная брэгговская дифракция реализована на основе акустооптической ячейки из одноосного гиротропного кристалла парателлурита, работающей при частоте звука 20.3 МГц.

Ключевые слова: *двукратная брэгговская дифракция, одноосный гиротропный кристалл, передаточные функции, выделение двумерного контура изображения.*

1. Введение

Одним из эффективных методов увеличения надежности измерения сигналов является их измерение при распространении по двум каналам. Такой подход применяется, например, для регистрации виброакустических и ударных сигналов [1], регистрации интерферограмм в двухзондовом фурье-спектрометре [2], поиска и обнаружения слабых оптических сигналов [3–5], нахождения соответствий в изображениях с использованием структур дескрипторов [6] и т. д. Измерения с помощью двух каналов позволяют, с одной стороны, эффективно корректировать погрешности каналов, а с другой – существенно уменьшать ошибки измерений, что обеспечивает увеличение их надежности.

В настоящей работе предлагается использовать этот метод для выделения и регистрации контура изображений, причем формирование двух каналов осуществляется посредством одного акустооптического (АО) фильтра. Подобные системы, на наш взгляд, являются особенно перспективными при регистрации слабых оптических сигналов. Применение одного фильтра вместо двух позволяет уменьшить вес, габариты, энергопотребление и стоимость устройства в целом.

Принципиальная возможность формирования двух каналов с использованием брэгговской дифракции основана на существовании многократного брэгговского рассеяния света, когда в результате дифракции возникают два или даже три дифракционных максимума, кроме нулевого [7–10]. Многократные режимы уже нашли применение для существенного сдвига частоты оптического сигнала, для разработки оптических логических элементов [10] и т. д. Отметим, что многократная дифракция уже использовалась для обработки изображений, причем как одномерных [11], так и двумерных [12]. Однако при этом обсуждались только одноканальные варианты обработки. Идея обработки изображения с использованием нулевого и плюс первого дифракционных порядков была выдвинута в работе [13]. Однако исследователи рассматривали лишь два варианта брэгговской дифракции – тангенциальный и коллинеарный [13–16]. Оба варианта являются осесимметричными. Особенности этих вариантов не позволили реализовать одновременную обработку изображений, передаваемых по двум каналам. Многократные режимы дифракции, как оказалось, обладают более широкими функциональными возможностями. Их передаточные функции содержат достаточно много участков, позволяющих обрабатывать двумерные изображения, в то время как передаточные функции тангенциального и коллинеарного вариантов дифракции имеют только один подходящий участок. Эта особенность многократных режимов дифракции и используется в настоящей работе.

В работе ставится задача получения контуров изображения в нулевом и плюс втором дифракционных порядках в процессе двукратной брэгговской дифракции. Эти порядки максимально разнесены в угловом пространстве, что существенно уменьшает их взаимовлияние. Предполагается, что дифракция будет происходить в одноосном гиротропном кристалле парателлурита (TeO_2)–АО материале, наиболее широко используемом на практике благодаря своим уникальным оптическим и акустическим свойствам [17, 18]. Поскольку многократные режимы дифракции реализуются в парателлурите при распространении света почти вдоль его оптической оси, где достаточно сильно проявляется кривизна волновых поверхностей кристалла, будет сделан учет кривизны поверхностей. Кроме того, будет учтена и эллиптичность собственных волн кристалла, т. к. кристалл TeO_2 является гиротропным.

В.М.Котов, С.В.Аверин, А.А.Зенкина, А.С.Белоусова. Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1; e-mail: vmk277@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 7 апреля 2022 г., после доработки – 22 июня 2022 г.

Как будет показано ниже, передаточные функции двух порядков – различны, что позволяет решать более широкий круг задач, например сконцентрироваться на одних участках изображения с использованием одного канала, а на других – с использованием другого канала.

2. Теория

Будем полагать, что обработка изображений выполняется с использованием фурье-метода, заключающегося в преобразовании изображения в фурье-образ, перемножении фурье-образа и передаточной функции пространственного фильтра и в обратном преобразовании Фурье [19]. На практике прямое и обратное преобразования Фурье выполняются с помощью входной и выходной линз, а перемножение фурье-образа и передаточной функции фильтра осуществляется путем пропускания излучения, сформированного в виде фурье-образа, через пространственный фильтр. Фильтром пространственных частот в наших исследованиях служит АО ячейка. Для расчета фильтрующих свойств АО ячейки будем использовать спектральный метод, хорошо проявивший себя для расчета фильтрующих характеристик «обычной» брэгговской дифракции в один порядок [13–16]. Следуя спектральному методу, оптическое поле, включая поле, с помощью которого переносится фурье-образ изображения, представим в виде набора плоских волн, при этом все акты дифракции плоских волн на акустической волне происходят независимо друг от друга. Все дифрагировавшие волны также представляют собой набор плоских волн [20]. Пусть исходное излучение, сформированное в виде фурье-образа после его прохождения через входную линзу, является набором плоских волн $E_{\text{inc}}(\theta_m)$, где θ_m – угол ориентации m-й плоской волны. Амплитуды дифракционных порядков описываются выражениями

$$E_0(\theta_m) = E_{\text{inc}}(\theta_m)H_0(\theta_m),$$

$$E_{+1}(\theta_m + K/k) = E_{\text{inc}}(\theta_m)H_{+1}(\theta_m),$$

$$E_{+2}(\theta_m + 2K/k) = E_{\text{inc}}(\theta_m)H_{+2}(\theta_m).$$

Здесь E_0, E_{+1} и E_{+2} – амплитуды полей нулевого, плюс первого и плюс второго дифракционных порядков; E_{inc} – амплитуда поля падающего излучения; K и k – волновые числа акустической и оптической плоских волн; H_0, H_{+1} и H_{+2} – передаточные функции нулевого, плюс первого и плюс второго дифракционных порядков. Наличие дополнительных угловых сдвигов в амплитудах E_{+1} и E_{+2} на величины K/k и $2K/k$ отражает отклонение по углу направления распространения продифрагировавших плоских волн от направления распространения падающих волн в результате брэгговской дифракции. Если у всех плоских волн, образующих поле входного излучения E_{inc}, амплитуды одинаковы, то распределения дифрагировавших пучков совпадают с распределениями соответствующих передаточных функций. В этом случае передаточные функции H_0, H_{+1} и H_{+2} связаны между собой следующей системой дифференциальных уравнений [8, 11, 12]:

$$\frac{\mathrm{d}H_0}{\mathrm{d}z} = -\frac{A_0}{2}H_{+1}\exp(\mathrm{i}\eta_0 z),$$

$$\frac{\mathrm{d}H_{+1}}{\mathrm{d}z} = \frac{A_0}{2}H_0\exp(-\mathrm{i}\eta_0 z) - \frac{A_1}{2}H_{+2}\exp(\mathrm{i}\eta_1 z), \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}H_{+2}}{\mathrm{d}z} = -\frac{A_1}{2}H_{+1}\exp(-\mathrm{i}\eta_1 z),$$

где $A_0 = \delta f_{01}$; $A_1 = \delta f_{12}$;

$$\delta = \frac{\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{M_2 P_{\text{ac}}}{LH}}$$

– параметр Рамана–Ната; λ – длина волны света; M_2 – АО качество материала; L – длина АО взаимодействия; H – высота акустического столба; P_{ac} – акустическая мощность; z – координата, вдоль которой развивается АО взаимодействие; η_0 и η_1 – расстройки фазового синхронизма плюс первого и плюс второго порядков соответственно. Коэффициенты f_{01} и f_{12}, входящие в выражения для A_0 и A_1, учитывают эллиптичность поляризации оптических пучков и определяются выражениями

$$f_{01} = f_{10} = \frac{1 + \rho_0\rho_1}{\sqrt{1+\rho_0^2}\sqrt{1+\rho_1^2}},$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{1 + \rho_1\rho_2}{\sqrt{1+\rho_1^2}\sqrt{1+\rho_2^2}}, \tag{2}$$

где $\rho_{0,1,2}$ – эллиптичности поляризации волн E_0, E_{+1} и E_{+2} соответственно. Учет эллиптичности особенно важен при использовании TeO_2 в качестве АО материала, поскольку этот кристалл является гиротропным. Решая систему (1) стандартным способом (см., напр., [11, 21]), получаем

$$H_0 = \sum_k^3 a_k \exp(\mathrm{i}\beta_k z),$$

$$H_{+1} = -\frac{2\mathrm{i}}{A_0}\sum_k^3 a_k\beta_k \exp[\mathrm{i}(\beta_k + \eta_0)z], \tag{3}$$

$$H_{+2} = -\frac{A_1}{A_0}\sum_k^3 \frac{a_k\beta_k}{\beta_k + \eta_0 + \eta_1}\exp[\mathrm{i}(\beta_k + \eta_0 + \eta_1)z].$$

Здесь $k = 1–3$; β_k – корни кубического уравнения

$$\beta^3 + \beta^2(2\eta_0 + \eta_1) + \beta[\eta_0(\eta_0 + \eta_1) - 0.25(A_0^2 + A_1^2)]$$
$$- 0.25A_0^2(\eta_0 + \eta_1) = 0; \tag{4}$$

$$a_k = \Delta a_k/B;$$

$$\Delta a_1 = \beta_2\beta_3[(\beta_3 + \eta_0 + \eta_1)^{-1} - (\beta_2 + \eta_0 + \eta_1)^{-1}];$$

$$\Delta a_2 = \beta_1\beta_3[(\beta_1 + \eta_0 + \eta_1)^{-1} - (\beta_3 + \eta_0 + \eta_1)^{-1}]; \tag{5}$$

$$\Delta a_3 = \beta_1\beta_2[(\beta_2 + \eta_0 + \eta_1)^{-1} - (\beta_1 + \eta_0 + \eta_1)^{-1}];$$

$$B = \Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3.$$

Как и в работе [12], двумерность передаточных функций будем учитывать, используя трехмерное представле-

ние показателей преломления одноосного гиротропного кристалла [22]:

$$\eta_{1,2}^2 = \frac{1+\tan^2\varphi}{\dfrac{1}{n_o^2}+\dfrac{\tan^2\varphi}{2}\left(\dfrac{1}{n_o^2}+\dfrac{1}{n_e^2}\right)\pm\dfrac{1}{2}\sqrt{\tan^4\varphi\left(\dfrac{1}{n_o^2}-\dfrac{1}{n_e^2}\right)^2+4G_{33}^2}}, \quad (6)$$

где n_o, n_e – главные показатели преломления кристалла; φ – угол между оптической осью кристалла и волновым вектором световой волны; G_{33} – компонента псевдотензора гирации. Трехмерный вид показателей преломления, по сути, определяет трехмерное распределение величин фазовых расстроек η_0 и η_1 [12]. Эллиптичности поляризации пучков $\rho_{0,1,2}$ расчитывались согласно выражению

$$\rho = (2G_{33})^{-1}(\sqrt{T^2+4G_{33}^2}-T), \quad (7)$$

где $T = \sin^2\varphi(n_o^{-2} - n_e^{-2})$. В конкретных расчетах полагалось, что длина волны света $\lambda = 0.63$ мкм (условие эксперимента). В качестве АО материала использовался кристалл TeO_2, в соответствии с чем параметры, входящие в выражения (1)–(7), были выбраны следующими [23, 24]: $n_o = 2.26$, $n_e = 2.41$, $G_{33} = 2.62\times10^{-5}$, $M_2 = 1200\times10^{-18}$ с^3/г, $V = 0.617\times10^5$ см/с. Длина АО взаимодействия $L = 0.2$ см, акустическая мощность $P_{ac} = 0.175$ Вт, частота звука равна 21 МГц. Считалось, что акустическая волна распространяется вдоль кристаллографической оси [110] парателлурита, а оптической осью кристалла является ось [001]. Передаточные функции H_0, H_{+1} и H_{+2} строились в зависимости от углов α и β, где угол α отсчитывался в плоскости ([110], [001]) от оптической оси [001], а угол β – в плоскости ([1$\bar{1}$0], [001]) также от оптической оси [001]. Здесь направление [1$\bar{1}$0] ортогонально направлениям [110] и [001].

Расчеты показывают, что при небольших углах β распределения полей в процессе изменения угла α представляют собой чередование интерференционных полос. Такое распределение характерно для обычных режимов брэгговской дифракции в один порядок [8] и может быть пригодно только для одномерной обработки изображений. По мере увеличения угла β интерференционные линии начинают искривляться, изгибаться, менять свою толщину, обрываться, превращаться в петли и т. п. Это типично лишь для многократных режимов дифракции. Как было показано в [25], для обработки двумерных изображений подходят только участки с достаточно сильными неоднородностями. Поэтому такие участки нужно искать на периферии передаточных функций, т. е. при больших углах β.

Нами проводился поиск подходящих участков передаточных функций, когда центр отсчета угла β смещался от 0 до ~7°. Найденные участки показаны на рис.1. Угловой размер распределений составляет ~5° × 5°. Внутри каждого распределения квадратами размером ~2° × 2° выделены рабочие участки, с помощью которых выполняется двумерная фурье-обработка изображений. Расчеты показывают, что распределения на рис.1,*а* и *в* обеспечивают выделение двумерного контура, а распределение на рис.1,*б* – нет, несмотря на схожесть его с распределениями на рис.1,*а* и *в*. Отметим, что вывод о пригодности того или иного участка передаточной функции для выделения двумерного контура можно сделать только после его проверки на основе компьютерной фурье-обработки изображений.

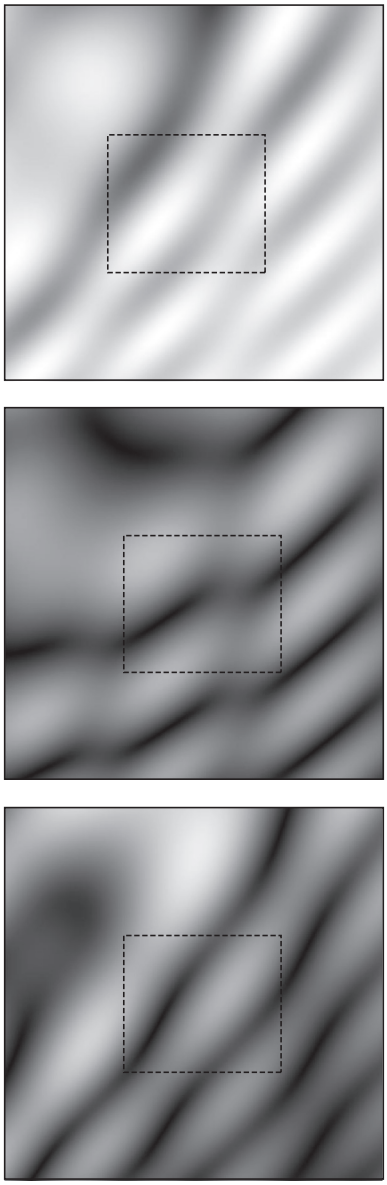

Рис.1. Модули передаточных функций нулевого (*а*), плюс первого (*б*) и плюс второго (*в*) брэгговских порядков.

На рис.2 показаны результаты фурье-обработки изображений с помощью передаточных функций H_0 и H_{+2}. В левой колонке приведены исходные изображения в виде креста, цифры 3 и круга, в центральной – результаты обработки этих изображений с помощью передаточной функции H_0, в правой колонке – с помощью H_{+2}. Видно, что формируются достаточно четкие двумерные контуры изображений. Компьютерная фурье-обработка показывает, что передаточные функции с распределениями, приведенными на рис.2,*а* и *в*, позволяют выделять двумерный контур, а с распределением, представленным на рис.2,*б*, – нет. Однако если сместить все участки на 1°, то возникает обратная ситуация – распределение на рис.2,*б* обеспечивает выделение контура, а распределения на рис.2,*а* и *в* – нет.

Сравнивая рис.2,*е* и *и*, можно увидеть, что контур нулевого порядка (рис.2,*е*) более отчетлив, более контрастен, чем контур плюс второго порядка (рис.2,*и*): послед-

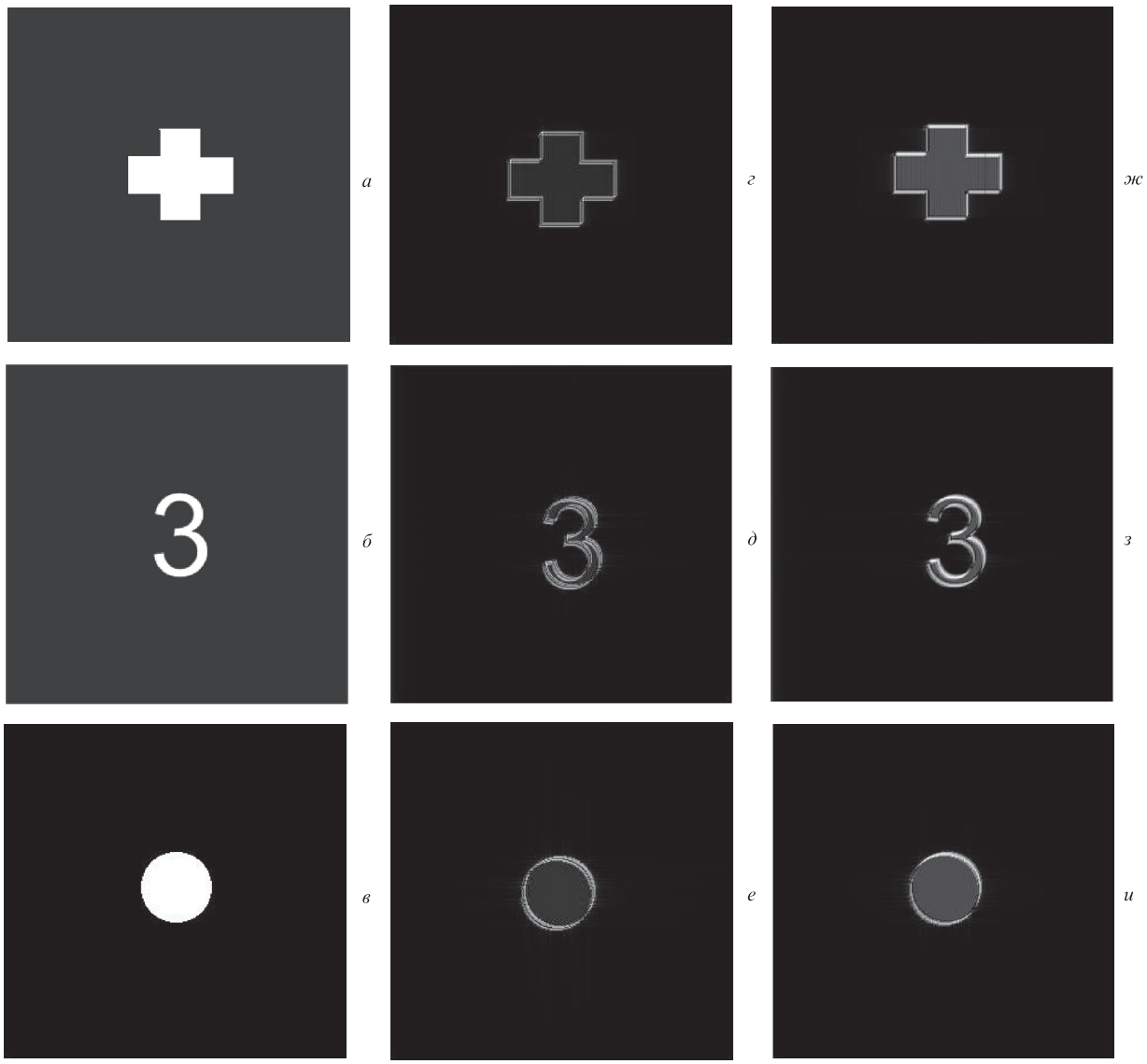

Рис.2. Исходные изображения (*а*, *б*, *в*) и изображения после обработки с помощью передаточных функций нулевого (*г*, *д*, *е*) и плюс второго (*ж*, *з*, *и*) дифракционных порядков.

ний выражен не так сильно, здесь участки центральной части изображения подавлены слабее, чем аналогичные участки нулевого порядка дифракции. Тем не менее в обоих случаях отчетливо выделяется контур изображения. На приведенных контурах видны разрывы, однако можно использовать другие участки передаточных функций и получить контуры без разрывов. Мы умышленно выбрали эти участки передаточных функций, чтобы продемонстрировать более широкие возможности двухканального метода выделения контуров. В частности, метод позволяет не просто формировать один и тот же контур в двух каналах, но и более детально выделять одни участки контура с использованием одного канала, а другие – с использованием другого канала.

3. Эксперимент

Выделение двумерного контура изображения в нулевом и плюс втором брэгговских порядках в процессе двукратной брэгговской дифракции было продемонстрировано экспериментально. Применялась стандартная 4*f*-схема фурье-обработки (см., напр., [12]), основанная на использовании двух идентичных линз (входной и выходной) с фокусным расстоянием *f*. В наших экспериментах *f* = 18 см. Входным изображением служило круглое отверстие в экране из непрозрачного материала, отстоящем от входной линзы на расстояние *f*. Источником излучения служил He–Ne-лазер, генерирующий излучение с длиной волны 0.63 мкм. Фильтр пространственных частот, изготовленный из TeO_2, находился в задней фокальной плоскости входной линзы и одновременно, в соответствии с конструкцией установки, в передней фокальной плоскости второй, выходной линзы. Размеры АО фильтра вдоль направлений [110], [1$\bar{1}$0] и [001] были равны 1.0, 0.8 и 0.8 см соответственно. Поперечная звуковая волна распространялась вдоль направления [110] кристалла, а оптическое излучение – вблизи оптической оси [001]. Частота звука была выбрана равной 20.3 МГц. На экране, расположенном в задней фокальной плоскости выходной линзы, наблюдалось формирование трех дифракционных порядков. Посредством плавного вращения АО фильтра вокруг осей кристалла [110] и [1$\bar{1}$0], а также изменения напряжения, подаваемого на преобразователь, мы добивались ситуации, когда в нулевом и плюс втором брэгговских поряд-

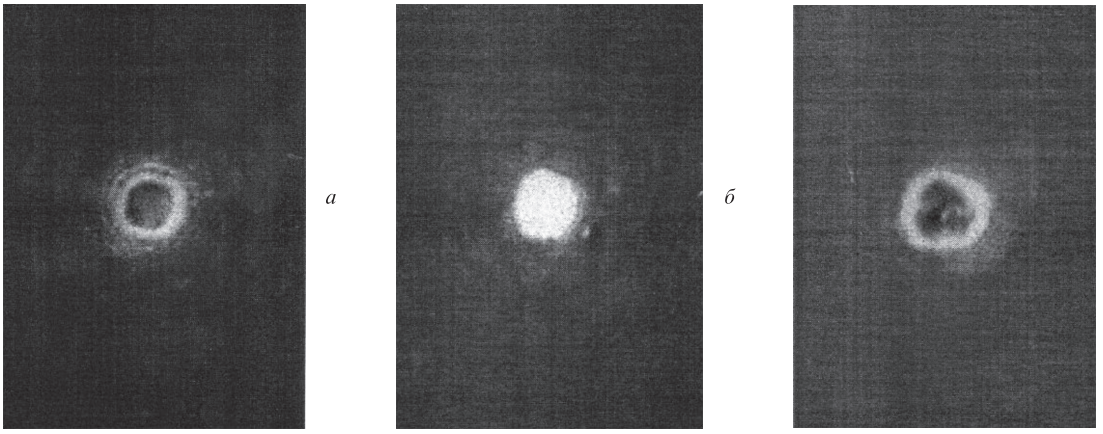

Рис.3. Изображения, наблюдаемые на экране в нулевом (*а*), плюс первом (*б*) и плюс втором (*в*) дифракционных порядках.

ках формировался двумерный контур изображения. Контуры в двух порядках удалось получить при электрическом напряжении, равном 8.2 В.

На рис.3 приведены фотографии изображений, наблюдаемых на экране. Видно, что в нулевом и плюс втором дифракционных порядках сформированы достаточно четкие двумерные контуры изображения. Прежде всего видно, что контуры, вообще говоря, разные, они не повторяют друг друга. Однако, как мы считаем, они хорошо дополняют друг друга (особенности одного контура не повторяются в другом). Таким образом, экспериментально подтверждена возможность формирования двумерного контура одновременно в нулевом и плюс втором брэгговских порядках в результате двукратной брэгговской дифракции. По нашему мнению, получено хорошее согласие экспериментальных результатов с выводами теории.

4. Выводы

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Исследованы фильтрующие свойства двукратной брэгговской дифракции для задачи выделения двумерного контура с использованием двух дифракционных порядков. На основе модели АО взаимодействия, учитывающей эллиптичность собственных волн и крутизну волновых поверхностей одноосного гиротропного кристалла, получены передаточные функции всех дифракционных порядков.

2. Найден режим двукратного АО взаимодействия в кристалле парателлурита, при котором передаточные функции нулевого и плюс второго дифракционных порядков обеспечивают формирование двумерного контура изображения.

3. Экспериментально получено выделение двумерного контура изображения, переносимого оптическим излучением с длиной волны 0.63 мкм, в нулевом и плюс втором дифракционных порядках с использованием оптической фурье-обработки. Фильтром пространственных частот служила АО ячейка из парателлурита, в которой акустическая волна возбуждалась на частоте звука 20.3 МГц.

Полученные результаты могут найти применение для обработки оптических изображений, в которых используются АО ячейки в качестве фильтров пространственных частот.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №22-21-00059).

1. Карелин А.В., Леньков С.В., Молин С.М., Чекунов Д.В. *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*, № 1, 46 (2008).
2. Вагин В.А., Хорохорин А.И. *Физические основы приборостроения*, **8**, (4(34)), 11 (2019).
3. Бычков С.И., Румянцев К.Е. *Поиск и обнаружение оптических сигналов. Монография* (Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000).
4. Богданович В.А., Вострецов А.Г. *Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов* (М.: Физматлит, 2003).
5. Амплиев А.Е., Румянцев К.Е. *Изв. вузов России. Радиоэлектроника*, № 5, 3 (2016).
6. Захаров А.А., Жизняков А.Л., Титов В.С. *Компьютерная оптика*, **43** (5), 810 (2019).
7. Волошинов В.Б., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. *Вестн. Моск. ун-та. Сер.3. Физика, астрономия*, **17** (3), 305 (1976).
8. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. *Физические основы акустооптики* (М.: Радио и связь, 1985).
9. Xu J., Stroud R. *Acousto-Optic Devices: Principles, Design, and Applications* (New York: John Wiley & Sons Inc., 1992).
10. Раковский В.Ю., Щербаков А.С. *ЖТФ*, **60** (7), 107 (1990).
11. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Шкердин Д.Г., Котов Е.В., Булюк А.Н. *Радиотехника и электроника*, **53** (3), 333 (2008) [*J. Commun. Technol. Electron.*, **53** (3), 313 (2008)].
12. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Григорьевский В.И. *Радиотехника и электроника*, **58** (3), 226 (2013) [*J. Commun. Technol. Electron.*, **58** (3), 226 (2013)].
13. Балакший В.И., Волошинов В.Б. *Квантовая электроника*, **35** (1), 85 (2005) [*Quantum Electron.*, **35** (1), 85 (2005)].
14. Balakshy V.I., Voloshinov V.B., Babkina T.M., Kostyuk D.E. *J. Mod. Opt.*, **52**, 1 (2005).
15. Balakshy V.I., Kostyuk D.E. *Appl. Opt.*, **48**, C24 (2009).
16. Yablokova A.A., Machikhin A.S., Batshev V.I., Pozhar V.E., Boritko S.V. *Proc. SPIE*, **11032**, 1103215 (2019).
17. Uchida N., Ohmachi Y. *J. Appl. Phys.*, **40** (12), 4692 (1969).
18. Uchida N. *Phys. Rev. B*, **4** (10), 3736 (1971).
19. Goodman J.W. *Introduction to Fourier Optics* (New York: McGraw-Hill Comp., Inc., 1996).
20. Балакший В.И. *Радиотехника и электроника*, **29** (8), 1610 (1984).
21. Пискунов Н.С. *Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Т. 2* (М.: Наука, 1970).
22. Котов В.М. *Акустооптика. Брэгговская дифракция многоцветного излучения* (М.: Янус-К, 2016).
23. *Акустические кристаллы*. Под ред. М.П.Шаскольской (М.: Наука, 1982).
24. Кизель В.А., Бурков В.И. *Гиротропия кристаллов* (М.: Наука, 1980).
25. Kotov V.M., Averin S.V., Kotov E.V., Shkerdin G.N. *Appl. Opt.*, **57** (10), C83 (2018).